

УДК 536.24.01

Представлена математическая модель одной из гипотез объяснения эффекта Ранка-Хилша, построенная на основе общеизвестных уравнений термодинамики.

Представленные расчеты численного эксперимента, дают хорошее совпадение с результатами эксперимента. Модульность построения модели удобна для ее редактирования, развития и совершенствования в соответствии с дальнейшими теоретическим и экспериментальными разработками.

Ключевые слова: эффект Ранка, холодильный цикл, жидкий моль, вихревая труба, массовая доля.

К вопросу о микрохолодильных циклах в вихревом эффекте Ранка-Хилша

Рыкачев Ю.Ю.

Из многочисленных гипотез, пытающихся объяснить вихревой эффекте Ранка-Хилша, особого внимания заслуживает «теория взаимодействия вихрей» А.П. Меркулова [1], выдвинутой им в 1964 году, а также гипотеза «холодильных циклов», в рамках этой же гипотезы, поддерживаемая видными учеными в этой области, такими, как Азаров А.И. [2], Пиралишвили Ш.А. [3], и многими другими.

Основные положения вышеозначенной гипотезы заключаются в следующем.

Ключевой фигурой, является понятие «жидкого моля», или «микровихря», которое впервые ввел Хинце И.О. [4]. Этот термин подразумевает достаточно протяженную часть жидкого континуума, состоящую из когерентного конгломерата жидких частиц, при этом размер жидкого моля сравним с интегральным масштабом турбулентного движения, причем обмен его с окружающей средой определяется влиянием мелкомасштабных турбулентных движений.

Наиболее вероятным местом и условием зарождения микровихрей является граница между вынужденным и свободным вихрями, после чего микровихри под действием турбулентных пульсаций перемещаются по всему объему вихревой трубы в поле значительных радиальных градиентов давления. В зависимости от направления движения, микровихри, попадая в слои газа, отличающихся по давлению, сжимаясь или расширяясь по адиабате (или политропе), совершают микрохолодильные циклы, передавая тепло из одного слоя в другой.

В данной работе с помощью численного эксперимента, основанного на общеизвестных уравнениях термодинамики, сделана попытка промоделировать некоторые положения вышеописанной гипотезы, и полученные результаты сравнить с имеющимися экспериментальными данными, причем, при создании математической модели пришлось пойти на некоторые допущения, в надежде, что они не повлияют на достоверность расчета.

Так, понятие «микровихрь» в нашем случае будет иметь собирательное значение, которое объединяет некую массу элементарных микровихрей, имеющих схожую геометрию, близкие термодинамические параметры и векторы скоростей. Слои газа, с которыми реагируют микровихри, условно обозначим «горячим» – это периферийный, высокого давления, и «холодным» – это приосевой, низкого давления.

Как уже указывалось, ввиду скоротечности процессов сжатия-расширения микровихрей, предполагается, что они протекают по адиабате (или близкой к ней политропе), до установления общего давления контактирующих объектов, и, затем, по изобаре, до установления общей температуры тех же контактирующих объектов, что, по сути, является обратным циклом Брайтона.

Исходя из желаемой симметрии процесса, в модели задействуются два типа микровихрей, условно обозначенных mR и mL , каждый из которых, вначале находясь в своем слое газа, затем транспортируются навстречу друг-другу, в противоположный слой.

Алгоритм математической модели будет более понятен, если рассмотреть некую гипотетическую установку, изображенную на рисунке 1, в попытке имитации вышеописанного «микрохолодильного цикла» с помощью механического аналога.

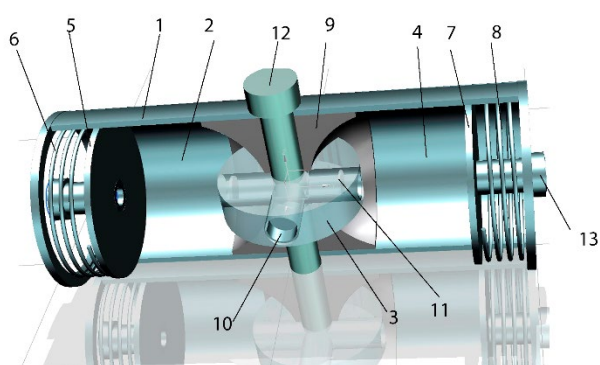


Рис. 1. Схема некоторой гипотетической установки, имитирующей «холодильный цикл». 1 – корпус; 2 – полость холодного потока; 3 – крестовина с цилиндрами и с поршнями; 4 – полость горячего потока; 5 и 7 – поршни; 6 и 8 – пружины; 9 – вставка; 10 – цилиндрик-микровихрь; 11 – поршень цилиндрика; 12 –

ручка; 13 – штуцер.

Две полости 2 и 4 корпуса 1, имитируют холодный « c » и горячий « h » слои газа вихревой трубы. Полости, каждая со своей стороны, закрыты поршнями 5 и 7. В полостях можно поддерживать заданные давления либо с помощью специально оттарированных пружин, либо подачей газа через штуцеры 13.

На крестовине 3 (для лучшего понимания изображенной полупрозрачной), разделяющей полости, закреплены цилиндрики 10 с подвижными поршнями 11, имитирующие микровихри. Крестовина может вращаться, и цилиндрики попеременно находятся то в левой, то в правой полостях, имитируя соответствующую транспортировку микровихрей; также крестовина может перемещаться внутри корпуса, имитируя изменение соотношения массовых долей слоев газа.

При вращении крестовины, при полном ее обороте, каждый из цилиндриков-микровихрей по одному разу посещает каждую из полостей, где выполняются процессы сжатия-расширения и теплообмена в соответствии с нашими предположениями, что соответствует одному расчетному циклу.

Возможны следующие варианты: если поршни закрепить неподвижно, штуцера закрыть и корпус теплоизолировать, то получим замкнутую систему, и при вращении крестовины, газ в полостях, реагируя на изменения параметров в цилиндриках-микровихрях, также будет соответственно изменять свои параметры – объем, давление, температуру. Как показали расчеты, с каждым циклом параметры в полостях будут выравниваться, пока не придут в установившееся состояние – равенство всех параметров в обеих полостях (чего и следовало ожидать).

Вышеописанная картина не соответствует реальной работе вихревых труб, так как система подвода и окружающая среда восстанавливают изменения давления слоев газа, вызванные посещениями микровихрей, что же для установки, то это будет соответствовать либо свободному положению поршней 5 и 7, где пружины 6 и 8 поддержат давления, либо подачей необходимого давления через штуцера 13.

Если же в полостях поддерживать заданные давления вышеперечисленными способами, то получим незамкнутую систему, где микровихри будут адиабатически сжиматься или расширяться до давления соответствующего слоя газа, а сам же слой будет сохранять свой объем и давление, но не температуру.

Получается, что полный цикл Брайтона оказывается справедливым только для микровихрей, так как изменения объемов и давлений слоёв газа,

близлежащих к контактирующим с ними микровихрями, не распространяются на весь слой, а тотчас же парируются «сторонними силами» – как уже говорилось, системой подвода, и окружающей средой.

Таким образом, для микровихрей термодинамический цикл будет состоять из двух адиабат и двух изобар, а для контактирующих с ними слоев газа, которые в дальнейшем будем называть «потоками» – только из двух изобар

Зависимости для принятых термодинамических циклов, можно представить в некотором «обобщенном» виде, где символ « m » принадлежит микровихрю, символ « Π » - потоку, а *цифры* указывают *точку* и *ветвь* цикла. Адиабатические *ветви* цикла для микровихря имеют обозначение $1m-2m$ и $3m-4m$, а для изобарических *ветвей* – $2m-3m$ и $4m-1m$, и соответствующие *точки* цикла: для *адиабат* – *точки* 2 и 4, а для *изобар* – *точки* 3 и 1, и уравнения в «обобщённом» виде будут выглядеть следующим образом:

Адиабатические процессы – ветви 1-2 и 3-4: для ветви $1m-2m$, исходя из условия равенства давлений микровихрей и соответствующих потоков в конце процесса, можно представить следующие зависимости контактирующих объектов:

$$P_{m2} = P_{\Pi1}; \quad V_{m2} = V_{m1} \cdot \left(\frac{P_{m1}}{P_{m2}}\right)^{1/k}; \quad dV_m = V_{m2} - V_{m1}; \quad (1)$$

И далее, остальные параметры микровихря – температура и работа:

$$\left. \begin{aligned} T_{m2} &= T_{m1} \cdot \left(\frac{V_{m1}}{V_{m2}}\right)^{k-1}; \\ W_{m2} &= -2,5 \cdot \mu R \cdot \nu_m \cdot (T_{m2} - T_{m1}); \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

а также внутренней энергии, энтальпии и энтропии:

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_{m1-2} &= C_v \cdot (T_{m2} - T_{m1}) \cdot m_m; \\ \Delta H_{m1-2} &= C_p \cdot (T_{m2} - T_{m1}) \cdot m_m; \\ \Delta S_{\Pi} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для потока имеем:

$$\left. \begin{aligned} P_{\Pi 2} &= P_{\Pi 1}; \\ V_{\Pi 2} &= V_{\Pi 1}; \\ T_{\Pi 2} &= T_{\Pi 1}; \\ W_{\Pi 2} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

и, внутренняя энергия, энтальпия и энтропия:

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_{\Pi} &= C_v \cdot (T_{m2} - T_{m1}) \cdot m_m; \\ \Delta H_{\Pi} &= C_p \cdot (T_{m2} - T_{m1}) \cdot m_m; \\ \Delta S_{\Pi} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Для ветви $3m-4m$ в зависимостях (1)÷(5) индексы «1-2» меняем на «3-4», а обозначения точек «1» на «3» и «2» на «4».

Изобарические процессы – **ветви 2-3** и **4-1**: Для ветви $2m-3m$, исходя из условия равенства температур микровихрей и соответствующих потоков в конце процесса, можно представить следующие зависимости определения изменения объемов контактирующих объектов:

$$dV_m = (V_{\Pi 2} - V_{m2} \cdot a) / (1 + a); \text{ где } a = (T_{m2} / T_{\Pi 2}) \cdot V_{\Pi 2} / V_{m2}; \quad (6)$$

откуда объем микровихря и соответствующего потока:

$$V_{m3} = V_{m2} + dV_m; \text{ и } V_{\Pi 3} = V_{\Pi 2} - dV_m; \quad (7)$$

И далее остальные параметры микровихря – температура и работа:

$$\left. \begin{aligned} T_{m3} &= (T_{m2} \cdot v_m + T_{\Pi 2} \cdot v_{\Pi}) / (v_m + v_{\Pi}) \\ W_{m3} &= P_{m3} \cdot (V_{m3} - V_{m2}); \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

а также изменения внутренней энергии, энтальпии и энтропии:

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_{m2-3} &= 2,5 \cdot \mu R \cdot \nu_m \cdot (T_{m3} - T_{m2}); \\ \Delta H_{m2-3} &= C_p \cdot m_m \cdot (T_{m3} - T_{m2}); \\ \Delta S_{m2-3} &= M_m C_p \cdot m_m \cdot \ln \frac{T_{m3}}{T_{m2}}; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Для потока имеем:

$$\left. \begin{aligned} P_{\Pi3} &= P_{\Pi2}; \\ V_{\Pi3} &= V_{\Pi2} - dV_m; \\ T_{\Pi3} &= T_{\Pi2} \cdot V_{\Pi3}/V_{\Pi2}; \\ W_{\Pi3} &= P_{\Pi3} \cdot (V_{\Pi3} - V_{\Pi2}); \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_{\Pi2-3} &= 2,5 \cdot P_{\Pi3} \cdot (V_{\Pi3} - V_{\Pi2}); \\ \Delta H_{\Pi2-3} &= C_p \cdot m_{\Pi} \cdot (T_{\Pi3} - T_{\Pi2}); \\ \Delta S_{\Pi2-3} &= C_p \cdot m_{\Pi} \cdot \ln \frac{T_{\Pi3}}{T_{\Pi2}}; \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Для ветви $4m-1m$ в зависимостях (6)÷(11) цифру «2» следует поменять на «4», а цифру «3» – на «1», соответственно обозначение ветви 2-3 на 4-1.

Алгоритм расчета носит циклический характер, где выходные параметры рассчитанного цикла служат входными для следующего. Объектами расчёта полагаются потоки – «горячий» и «холодный», со своими индексами «*h*» и «*c*», а также микровихри с индексами «*mR*» и «*mL*», причем в начальный момент времени все объекты имеют общую температуру T_0 , но разные давления, в соответствии со слоем, которому объект принадлежит – периферийному или приосевому.

Совокупность рассчитываемых *циклов* составляет *процесс*, где число циклов определяется условием достижения температур потоков установившегося характера.

Так как большинство известных экспериментов с вихревыми трубами проводилось (и проводится) в зависимости от массовой доли холодного потока, то и вышеозначенный процесс соответствует определенной массовой доли, а весь расчет – это совокупность рассчитанных процессов с массовыми долями холодного потока – от минимальной, равной нулю, до максимальной – равной единице.

Таким образом, массовая доля холодного потока для процесса определяется как $Gc = Jch/Nj$, где Nj – число процессов всего расчета, а Jch – номер рассчитываемого процесса, что позволяет определить объем и массу холодного потока:

$$Vc1 = Vs1/(1. + Av); \text{ где } Av = (1./Gc - 1.) \cdot Pc1/Ph1; \text{ и}$$

$$Mc = Pc1 \cdot Vc1 \cdot Mv/(Ru \cdot Tc1);$$

здесь: $Vs1$ – общий объём слоев, $Pc1/Ph1$ – отношение давлений холодного и горячего потоков.

То же самое и для горячего потока:

$$Vh1 = Vs1 - Vc1; \text{ и } Mh = Ph1 \cdot Vh1 \cdot Mv/(Ru \cdot Th1);$$

Здесь:

Mv – молярная масса воздуха, Ru – универсальная газовая постоянная.

Объемы микровихрей определяются в зависимости от общего объёма слоев

$$VmR1 = GR \cdot Vs1; \text{ и } VmL1 = GL \cdot Vs1.$$

GR и GL – объемные доли микровихрей.

Порядок расчета можно проследить, основываясь на термодинамическом цикле, представленном на рисунке 2:

В холодном потоке присутствует мировихрь mR , а в горячем – мировихрь mL , каждый из которых транспортируется в противоположный поток, соответственно сжимаясь (mR), или расширяясь (mL) по адиабате до давлений потоков, это ветви $mR1-mR2$ и $mL1-mL2$, и, далее, совершают изобарический теплообмен с потоками – это ветви $mR2-mR3$ и $mL2-mL3$.

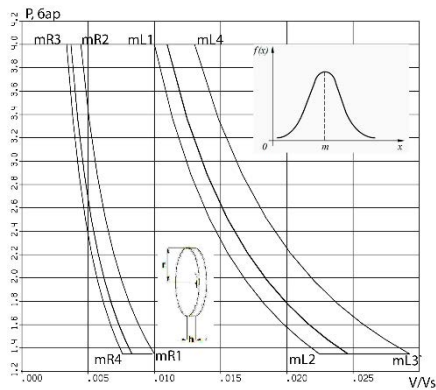


Рис. 2. Термодинамический цикл мировихрей. Первый цикл процесса с массовой долей холодного потока $G_c=0.3$. Объем выражен в относительных величинах к общему объему потоков, при отношении давлений потоков: $P_h/P_c=2.96$. Картинка в центре – схематичный предположительный вид мировихря, спектр геометрии которого подчиняется закону нормального распределения (картинка справа).

Теперь мировихрь mR находится в горячем, а мировихрь mL – в холодном потоках, и картина повторяется, только в обратном порядке: мировихрь mR возвращается в холодный поток, а мировихрь mL – в горячий, соответственно сжимаясь или расширяясь до прежних неизменных давлений потоков, это ветви $mR3-mR4$ и $mL3-mL4$. Далее следует изобарический теплообмен, и возвращение в исходную точку цикла – ветви $mR4-mR1$ и $mL4-mL1$, только изменились температуры потоков – горячий стал горячее, а холодный – холоднее, расчетный цикл на этом заканчивается, а его конечные параметры становятся начальными для следующего.

С каждым последующим циклом количество переданной теплоты в изобарическом теплообмене, будет меньше, чем в предыдущем, при этом адиабатические ветви термодинамического цикла будут сближаться, пока не превратятся в одну линию, как показано на рисунке 2, что свидетельствует о достижении установившегося равновесия и окончания процесса для выбранной массовой доли холодного потока.

Далее начинается расчет нового процесса с новой массовой долей холодного потока, пока не будет достигнута заданная конечная массовая доля – обычно равная единице.

В конце каждого процесса подсчитываются изменение температуры потоков на выходе из вихревой трубы

$$\Delta T_{\Pi} = T_{\Pi\infty} - T_{\Pi 0};$$

а также хладопроизводительность холодного потока

$$G_c \cdot \Delta T_c = f(G_c)$$

где $T_{\Pi\infty}$ и $T_{\Pi 0}$ - соответственно установившаяся и начальная температуры потоков.

При задании исходных данных для численного эксперимента можно исходить из следующих положений.

Находящиеся в эксплуатации (и в экспериментальных лабораториях) вихревые трубы имеют геометрические размеры, различающиеся в тысячи раз, и при проведении различных вариантов расчета, исходные данные желательно задавать в соответствии с поставленной задачей, или для тех вариантов, где можно найти эксплуатационные характеристики (или результаты экспериментов) для возможности сравнения и оценки достоверности, как расчета, так и эксперимента.

В тоже время тестирование программы показало, что пропорциональное масштабирование практически не влияет на результаты, также, как и относительные размеры микровихрей (по отношению к основным потокам), в последнем случае изменяется лишь число циклов до установления тепловой стабильности.

Поэтому, в приводимом численном эксперименте, суммарный объем потоков принят единичным, а объемы действующих объектов – в относительных единицах, по отношению к суммарному объему. Значения

величин всех действующих параметров соответствуют системе СИ, за исключением таблицы, где давление выражено в барах, для удобства чтения (в качестве примера приведена таблица значений параметров первого цикла процесса с массовой долей холодного потока $G_c = 0.3$).

Начальная температура потоков принята, как и в большинстве экспериментов, «реальной» и равной 300 К.

На рисунке 3 приводятся изменения по расчетным циклам температур разделенных фракций потоков для трех вариантов отношения их давлений: $P_h/P_c=2.96$, $P_h/P_c=2.22$ и $P_h/P_c=1.48$. Также для первого варианта $P_h/P_c=2.96$ выполнены расчеты при относительных объемах микровихрей $V_m/V_{S1} = 0.005$, $V_m/V_{S1} = 0.01$ и $V_m/V_{S1} = 0.02$.

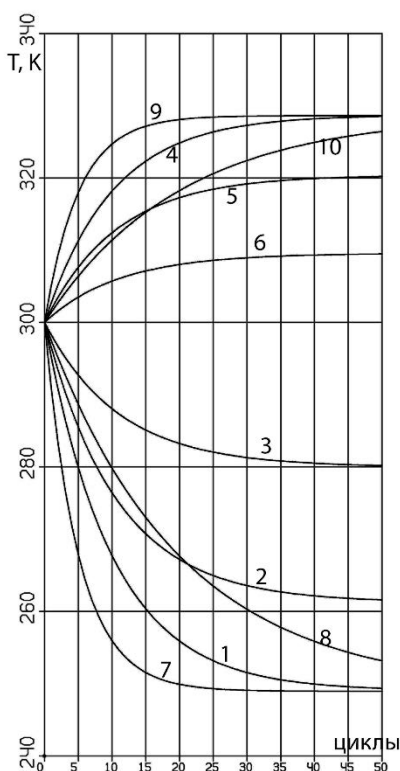


Рис. 3. Изменение температур «горячего» и «холодного» потоков по расчетным циклам. Процесс при относительном массовом расходе холодного потока $G_c=0.3$. Нумерациям кривых соответствует:

1, 2, 3, 7, 8 – холодный поток; 4, 5, 6, 9, 10 – горячий поток;
 Отношения давлений потоков:
 1, 4, 7, 8, 9, 10 – $P_h/P_c=2.96$; 2, 5 – $P_h/P_c=2.22$; 3, 6 – $P_h/P_c=1.48$.
 1, 2, 3, 4, 5, 6 – относительные объемы микровихрей $GR=GL=0.01$;
 7, 8 – относительные объемы микровихрей $GR=GL=0.005$;
 9, 10 – относительные объемы микровихрей $GR=GL=0.02$;

Видно, что разница температур фракций находится в прямой зависимости от отношения давлений потоков, что же касается влияния относительных размеров микровихрей на процесс, то показано, что чем больше относительный размер микровихря, тем меньше надо рабочих циклов для установления теплового равновесия, но на разницу температур фракций, относительный размер микровихря не оказывают влияния.

Хотя выше показано, что рассматриваемый вариант математической модели индифферентен к величине относительных размеров микровихрей, все же желательно, чтобы их значения соответствовали реальности. На уже упоминавшемся рисунке 2 представлен термодинамический цикл микровихрей процесса с массовой доли холодного потока $G_c=0.3$, при отношении давлений потоков $P_h/P_c=2.96$, с относительным объемом микровихрей 0.01.

Там же схематично представлен предполагаемый вид микровихря, предполагается, что спектр геометрии микровихрей, подчинится закону нормального распределения. Относительно размеров микровихре можно еще добавить, что, если время протекания термодинамических процессов связано с размерами микровихрей, т. е. время расчётного цикла зависит от объема микровихря: $\tau_R = f(V_m)$, и если предположить, что микровихрь захватывается и движется вместе с потоком, а разница температур фракций потока зависит от числа расчетных циклов, то справедлива следующая зависимость $L_T/v_P = \tau_R \cdot n_C$; где L_T – длина активной части вихревой трубы, v_P – скорость потока и n_C – число рабочих циклов достижения теплового равновесия.

Вышеперечисленные рассуждения не входят в алгоритм представляемой математической модели, и приведены лишь как возможное дальнейшее её усовершенствование, причем работа в этом направлении должна вестись во взаимодействии с экспериментом.

На рисунке 4 представлена наиболее распространенная характеристика вихревой трубы: слева – построенная по результатам расчёта, а справа – полученная опытным путем [2]. Расчетные кривые представлены для трех вариантов отношений давлений горячего и холодного потоков. Из сравнения полученных расчетных зависимостей с экспериментом видно качественное совпадение кривых, что говорит, как о достоверности структуры математической

модели, так и о том, что идеи, положенные в основу исследуемой гипотезы, достаточно точно описываются уравнениями математической модели, и, что выбранная математическая модель отражает реальные процессы, и служит подтверждением идей самой гипотезы.

Рис. 4. Характеристики вихревой трубы по массовой доле холодного потока:

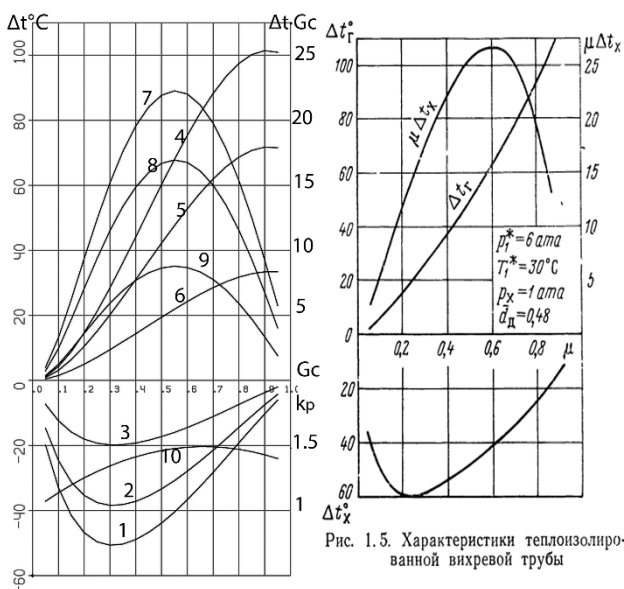


Рис. 1.5. Характеристики теплоизолированной вихревой трубы

слева – расчетная, справа – экспериментальная [2].

Изменение температур фракций потока: 1, 2, 3 – холодной, 4, 5, 6 – горячей.

7, 8, 9 – хладоресурс холодной фракции, при отношениях давлений потоков:

1, 4, 7 – $P_h/P_c=2.96$; 2, 5, 8 – $P_h/P_c=2.22$; 3, 6, 9 – $P_h/P_c=1.48$.

10 – принятая при расчете зависимость показателя политропы от массовой доли холодного потока.

На том же рисунке приведена

принятая зависимость от массовой

доли холодного потока показателя адиабаты, а, точнее, политропы, что заслуживает отдельного внимания. Нет сомнения, что процессы внутри вихревой трубы, ввиду своей сложности, нельзя представить в виде адиабат и изобар со строгим следованием соответствующим зависимостям, так что возможно, что вместо адиабаты присутствует политропа, и ее показатель может отклоняться от значения $k=1.4$ в ту или иную сторону. Во-первых, в крайних точках исследуемого диапазона массовой доли холодного потока: $G_c=0$ и $G_c=1$, где, по определению, отсутствует энергоперенос, k должен быть равен 1, а внутри этого диапазона, принимает значения, близкие к показателю адиабаты, но с некоторыми отклонениями. Во-вторых, в пользу этого предположения, выступает нелинейный характер самих экспериментальные кривых. Но так как исследование этого, несомненно важного явления, выходит за рамки данной работы, то, применительно к рассматриваемой

математической модели, этот вопрос решен просто – заданием степенной зависимости показателя политропы от массовой доли холодного потока с опорой на вышеуказанные крайние точки. Расчеты показывают, что вид зависимости $kp = f(G_c)$ оказывает лишь некоторое влияние на относительное положение кривых $\Delta T_c = f(G_c)$ и $\Delta T_h = f(G_c)$, и небольшие отклонения ΔT_c и ΔT_h , не изменяя качественного выражения кривых.

Из рассмотрения вышесказанного, получается, что, в рамках рассматриваемой гипотезы, вихревое движение служит лишь для создания значительного градиента давления между слоями газа, а также создания интенсивной турбулентности, и результаты можно скорее представить не как разделение потока на температурные фракции, а, скорее, как энергоперенос, по типу холодильных машин.

Тем не менее, можно сказать, что, если существование микровизрей в том качестве, какое на них накладывает рассматриваемая гипотеза, и принятые допущения справедливы, то процессы микрохолодильных циклов вполне допустимы, и могут играть в вышеупомянутом эффекте одну из основных ролей.

Итоги численного эксперимента, показывают, что представленная математическая модель, может служить основой её дальнейшего совершенствования при одновременно целенаправленных расчетах и экспериментах, чему способствует её модульное строение.

Литература

1. А.П. Меркулов. Гипотеза взаимодействия вихрей. Известия высших учебных заведений. Энергетика №3, 1964.
2. А.И. Азаров. Охлаждаемая вихревая труба с нестационарным горячим потоком. Киев: Техника, 1973, №17, с 21-44.
3. Ш.А. Пиралишвили, В.М. Поляев, М.Н. Сергеев «Вихревой эффект. Эксперимент, теория, технические решения». М, УНПЦ, «Энергомаш», 2000 г.
4. И.О. Хинце. Турбулентность. Государственное издательство физико-математической литературы. Москва, 1963.